

División de polinomio entre monomio

El cociente, es la suma de los cocientes que resultan de dividir cada término del polinomio entre el monomio. El resultado no es necesariamente un polinomio.

Ejemplos:

$$6x^2y^3 \div 2xy = \frac{6x^2y^3}{2xy} = 3xy^2$$

$$(4x^2 + 2xy + 6y^2) \div 2xy = \frac{4x^2}{2xy} + \frac{2xy}{2xy} + \frac{6y^2}{2xy} = \frac{2x}{y} + 1 + \frac{3y}{x}$$

División de un polinomio entre otro polinomio

Para realizar una división entre dos polinomios seguiremos siempre los siguientes pasos. Para explicarlo lo haremos con un ejemplo:

Dados los polinomios $P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8$ $Q(x) = x^2 - 2x + 1$ realizar la división

P(x) : Q(x)

1.- A la izquierda situamos el **dividendo**. Si el polinomio **no es completo** dejamos *huecos* en los lugares que correspondan.

$$x^5 \qquad + 2x^3 \qquad - x - 8 \qquad \bigg| \quad x^2 - 2x + 1$$

A la **derecha** situamos el **divisor** dentro de una caja (como en todas las divisiones).

2.- Dividimos el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor.

$$x^5 : x^2 = x^3$$

(...en realidad, buscamos el monomio que al multiplicar por x^2 nos dé x^5 ...)

3.- Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo **restamos** del polinomio dividendo:

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad + 2x^3 \qquad - x - 8 \qquad \bigg| \quad x^2 - 2x + 1 \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \qquad \qquad \qquad x^3 \\ \hline 2x^4 + \qquad - x - 8 \end{array}$$

4.- Volvemos a **dividir** el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo **multiplicamos** por el divisor y lo **restamos** al dividendo.

$$2x^4 : x^2 = 2x^2$$

$$\begin{array}{r}
 x^5 + 2x^3 - x - 8 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 - x - 8 \\
 \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x - 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 | x^2 - 2x + 1 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2
 \end{array}$$

Procedemos igual que antes.

$$5x^3 : x^2 = 5x$$

$$\begin{array}{r}
 x^5 + 2x^3 - x - 8 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 - x - 8 \\
 \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \\
 \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\
 8x^2 - 6x - 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 | x^2 - 2x + 1 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2 + 5x
 \end{array}$$

Volvemos a hacer las mismas operaciones.

$$8x^2 : x^2 = 8$$

$$\begin{array}{r}
 x^5 + 2x^3 - x - 8 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 - x - 8 \\
 \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \\
 \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\
 8x^2 - 6x - 8 \\
 \underline{-8x^2 + 16x - 8} \\
 10x - 16
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 | x^2 - 2x + 1 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2 + 5x + 8
 \end{array}$$

5. La división termina cuando el polinomio que obtenemos de la resta **es de grado menor** al del polinomio divisor (ya no se puede seguir dividiendo).

En el ejemplo, $x^3 + 2x^2 + 5x + 8$ es el **cociente**, y $10x - 6$ es el **resto**, porque su grado es menor que el del divisor y por tanto no se puede continuar dividiendo.